評分參考

數學 必修部分 · 試卷一

課題練習：變分 · 2027

本評分參考供閱卷員參考，並非標準答案。若考生的方法正確，應給予方法分。除題目另有指明外，可接受等效方法。

題號	解法	分數	備註
甲部(1)（16 分）			
1.	$x = 9$ 設 $y = kx^2$，其中 k 為非零常數。代入 $x = 4$ 及 $y = 48$：$48 = k(4)^2 = 16k$，故 $k = 3$。因此 $y = 3x^2$。當 $y = 243$ 時：$3x^2 = 243$，故 $x^2 = 81$，$x = \pm 9$。由於 $x > 0$，故 $x = 9$。	3	
2.	**(a)** $y = 15$ 設 $y = \frac{k}{x^{1/2}}$。代入 $x = 9$ 及 $y = 20$：$20 = \frac{k}{9^{1/2}} = \frac{k}{3}$，故 $k = 60$。因此 $y = \frac{60}{x^{1/2}}$。當 $x = 16$ 時：$y = \frac{60}{16^{1/2}} = \frac{60}{4} = 15$。	2	
	(b) $x = 36$ 設 $\frac{60}{x^{1/2}} = 10$。則 $x^{1/2} = 6$，故 $x = 36$。	1	
3.	**(a)** $z = 3x^2 y$ 設 $z = kx^2 y$。代入 $x = 2$、$y = 3$ 及 $z = 36$：$36 = k(2)^2(3) = 12k$，故 $k = 3$。因此 $z = 3x^2 y$。	2	
	(b) $z = 135$ 把 $x = 3$ 及 $y = 5$ 代入 $z = 3x^2 y$：$z = 3(3)^2(5) = 3 \times 9 \times 5 = 135$。	2	
4.	**(a)** $T = \frac{240}{n}$ 設 $T = \frac{k}{n}$。代入 $n = 3$ 及 $T = 80$：$80 = \frac{k}{3}$，故 $k = 240$。因此 $T = \frac{240}{n}$。	2	

TUTGATHER

題號	解法	分數	備註
	(b) 48 分鐘 當 $n = 5$ 時：$T = \frac{240}{5} = 48$。注滿泳池需時 48 分鐘。	2	
	(c) 6 個水泵 須有 $\frac{240}{n} \leq 45$，故 $n \geq \frac{240}{45} = \frac{16}{3} = 5.33\cdots$。由於 n 必須為正整數，故最小可能值為 $n = 6$。使用 6 個水泵時，$T = 40$ 分鐘，在 45 分鐘之內。	2	
甲部(2)（24 分）			
5.	**(a)** 9375 元 設 $C = kw^3$。代入 $w = 2$ 及 $C = 4800$：$4800 = k(2)^3 = 8k$，故 $k = 600$。因此 $C = 600w^3$。當 $w = 2.5$ 時：$C = 600(2.5)^3 = 600 \times 15.625 = 9375$。成本為 9375 元。	2	
	(b) 72.8% 設原來的闊度為 w，則原來的成本為 $C = 600w^3$。新的闊度為 $1.2w$，新的成本為 $600(1.2w)^3 = 1.2^3 \times 600w^3 = 1.728C$。百分增加為 $(1.728 - 1) \times 100\% = 72.8\%$。	3	
	(c) 3 cm 解 $600w^3 = 16\,200$。則 $w^3 = 27$，故 $w = 3$。闊度為 3 cm。	2	
6.	**(a)** 48 lux 設 $E = \frac{k}{d^2}$。代入 $d = 2$ 及 $E = 300$：$300 = \frac{k}{4}$，故 $k = 1200$。因此 $E = \frac{1200}{d^2}$。當 $d = 5$ 時：$E = \frac{1200}{25} = 48$。照度為 48 lux。	2	
	(b) 2.5 m 設 $\frac{1200}{d^2} = 192$。則 $d^2 = \frac{1200}{192} = 6.25$，故 $d = 2.5$（由於 $d > 0$）。距離為 2.5 m。	2	

TUTGATHER

題號	解法	分數	備註
	(c) 36% 新的距離為 $1.25d$。新的照度為 $\frac{k}{(1.25d)^2} = \frac{1}{1.25^2} \times \frac{k}{d^2} = \frac{1}{1.5625}E = 0.64E$，其中 E 為原來的照度。百分減少為 $(1 - 0.64) \times 100\% = 36\%$。	2	
	(d) 不正確；照度變為原來的 4 倍。 當 $d = 4$ 時：$E = \frac{1200}{16} = 75$ lux。當 $d = 2$ 時：$E = \frac{1200}{4} = 300$ lux。由於 $300 = 4 \times 75$，把距離減半會使照度變為原來的四倍，而非兩倍。該說法不正確。	2	
7.	**(a)** $d = 6 + 0.01v^2$ 設 $d = c + kv^2$，其中 c 為常數反應距離，k 為常數。代入兩組數值，得 $22 = c + 1600k$ 及 $42 = c + 3600k$。以第二式減去第一式：$20 = 2000k$，故 $k = 0.01$。於是 $22 = c + 16$，故 $c = 6$。因此 $d = 6 + 0.01v^2$。	3	
	(b) 70 m 當 $v = 80$ 時：$d = 6 + 0.01(80)^2 = 6 + 0.01(6400) = 6 + 64 = 70$。停車距離為 70 m。	2	
	(c) 97.0 km/h 設 $6 + 0.01v^2 = 100$。則 $0.01v^2 = 94$，故 $v^2 = 9400$。由於 $v > 0$，取正平方根得 $v \approx 96.9536$，即 97.0 km/h（三位有效數字）。	2	
	(d) 156 m 在 100 km/h 時，反應距離為 6 m，乾燥路面上的制動距離為 $0.01(100)^2 = 100$ m。在濕滑路面上，制動距離變為 $1.5 \times 100 = 150$ m，故 $d = 6 + 150 = 156$。停車距離為 156 m。	2	
乙部（10 分）			
8.	**(a)** 800 W 設 $P = kr^2v^3$。代入 $r = 2$、$v = 5$ 及 $P = 1000$：$1000 = k(2)^2(5)^3 = 500k$，故 $k = 2$。因此 $P = 2r^2v^3$。當 $r = 2.5$ 及 $v = 4$ 時：$P = 2(2.5)^2(4)^3 = 2 \times 6.25 \times 64 = 800$。輸出功率為 800 W。	2	

TUTGATHER

題號	解法	分數	備註
	(b) 72.8% 新的風速為 $1.2v$，故新的功率為 $kr^2(1.2v)^3 = 1.2^3 \times kr^2v^3 = 1.728P$，其中 P 為原來的輸出功率。百分增加為 $(1.728 - 1) \times 100\% = 72.8\%$。	2	
	(c) 216 W 當 $r = 2$ 及 $v = 3$ 時：$P = 2(2)^2(3)^3 = 2 \times 4 \times 27 = 216$。輸出功率為 216 W。	2	
	(d) 7.28% 設原來的葉片半徑及風速分別為 r 及 v，並設所需的新風速為 v'。半徑減少後為 $0.9r$。要使輸出功率保持不變：$k(0.9r)^2(v')^3 = kr^2v^3$。故 $0.81(v')^3 = v^3$，即 $\left(\frac{v'}{v}\right)^3 = \frac{1}{0.81}$。取立方根得 $\frac{v'}{v} \approx 1.07277$。所需的百分增加為 $(1.07277 - 1) \times 100\% \approx 7.28\%$（三位有效數字）。	4	

TUTGATHER